



Erklärung der Kennwerte einer Faserlängenverteilung

Inhalt

1. Einleitung.....	3
2. Ausgewertete Fasern, Gesamtlänge Fasern, Anteil Faserpixel	3
3. Arithmetischer Mittelwert L_n	3
4. Gewichteter Mittelwert L_p	4
5. L_p / L_n	4
6. Standardabweichung.....	4
7. Histogramm	5
8. Quantile	5
9. Fazit	6

1. Einleitung

Dieses Merkblatt soll die zur Charakterisierung einer Faserlängenverteilung verwendeten Kennwerte genauer erklären. Bei Umfang und Definition der Kennwerte orientieren wir uns an der ISO 22314 „Plastics – Glass-fibre-reinforced products – Determination of fibre length“. Diese sieht bei der Längenbestimmung zwar die manuelle Auswertung der Fasern unter dem Mikroskop vor, der Abschnitt über den empfehlenswerten Inhalt eines Analyseberichts bleibt davon aber unberührt.

Damit auch Ihre internen und externen Auftraggeber von Faserlängenanalyse die ermittelten Ergebnisse besser einschätzen können, dürfen Sie dieses Schriftstück in unveränderter Form frei an Dritte weitergeben.

2. Ausgewertete Fasern, Gesamtlänge Fasern, Anteil Faserpixel

Diese Werte geben noch keinen Hinweis auf die Form der Längenverteilung. Sie dienen vielmehr zur Abschätzung, ob die Auswertung mit sinnvollen Randbedingungen durchgeführt wurde.

So ist eine bestimmte Anzahl von Fasern notwendig, um eine repräsentative Verteilung zu erhalten. In der Literatur werden meist Werte im Bereich von 1.000 bis 2.000 Fasern genannt. Für breite Verteilungen bei verarbeiteten Langfasern sind jedoch eher 10.000 Fasern oder mehr zu empfehlen.

Bei Kurzfasern unter 1 mm wird diese Anzahl meist schon mit einem einzigen Scan erreicht, bei Langfasern lassen sich mehrere Einzelscans für die Auswertung zusammenfassen.

Der Anteil an Faserpixeln im Bild ist eine Kenngröße dafür, ob die Faserdispersion ausreichend verdünnt wurde. Zu viele Fasern im Scan sorgen für viele Überdeckungen und mehrfache Kreuzungsstellen, an denen das Programm den falschen Weg bei der Verfolgung eines Faserverlaufs einschlagen kann. Eine sehr starke Verdünnung mit wenigen Fasern im Bild ist dagegen prinzipiell kein Problem, solange die Anzahl ausgewerteter Fasern trotzdem groß genug ist. Üblicherweise sollte der Anteil Faserpixel als Daumenwert nicht über 1-2 % liegen.

3. Arithmetischer Mittelwert L_n

Dies ist der übliche Mittelwert, gebildet aus der Gesamtlänge aller Fasern, geteilt durch deren Anzahl:

$$L_n = \frac{\sum_{i=1}^n L_i}{n}$$

Mit L_i = Länge der i-ten Faser

n = Gesamtzahl an Fasern

4. Gewichteter Mittelwert L_p

Der arithmetische Mittelwert reagiert stark auf Staubanteile, da die kurzen Faserbruchstücke wenig zu Gesamtlänge, aber viel zur Menge an Fasern beitragen. Durch die Quadrierung wertet der gewichtete Mittelwert daher lange Fasern stärker als kurze:

$$L_p = \frac{\sum_{i=1}^n L_i^2}{\sum_{i=1}^n L_i}$$

In der ISO 22314 wird eine Formel verwendet, die davon ausgeht, dass die Fasern bereits nach Längen klassiert sind. Zudem wird die Variable n anders deklariert als in der Formel des arithmetischen Mittelwertes. Die obige, ansonsten gleichwertige Formel vermeidet diese unnötigen Änderungen.

5. L_p / L_n

Verhältnis aus gewichtetem und arithmetischem Mittelwert. Bei schmalen Verteilungen, wie sie bei Kurzfasern üblich sind, liegt dieses Verhältnis üblicherweise nahe bei 1. Bei breiten Langfaserverteilungen sind dagegen auch Werte über 5 möglich.

6. Standardabweichung

Die Standardabweichung errechnet sich aus der durchschnittlichen quadrierten Abweichung vom Mittelwert und ist daher ein Kennwert für die Breite der Verteilung:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (L_i - L_n)^2}{n}}$$

Die ISO 22314 bezeichnet die Standardabweichung explizit mit dem griechischen Buchstaben Sigma, nicht mit einem kleinen „s“. Dies bedeutet, dass die Formel für die Standardabweichung der Grundgesamtheit gemeint ist, nicht die für eine Stichprobe. Tatsächlich entnehmen wir üblicherweise aber nur einen Ausschnitt aus dem zu untersuchenden Probekörper und auch von diesem geht nur ein Bruchteil der enthaltenen Fasern in die Auswertung ein. Per Definition werten wir also eher eine kleine Stichprobe aus und nicht die Gesamtheit aller Fasern im Probekörper. Der Unterschied zwischen beiden Formeln liegt jedoch nur im Nenner unter der Wurzel, der mal „ n “ und mal „ $n-1$ “ beträgt. Bei vielen tausend Fasern ist dieser Unterschied irrelevant.

7. Histogramm

Das Histogramm soll grafisch anschaulich darstellen, welche Faserlängen wie stark in der Probe vertreten sind. Dazu wird der gefundene Längenbereich in Klassen, d.h. in üblicherweise gleich große Längenabschnitte aufgeteilt. Jede Faser wird dann in den passenden Längenabschnitt einsortiert. Für die Darstellung können schließlich mehrere Alternativen gewählt werden:

- **Anzahl:** Auf der Y-Achse wird für jede Längenklasse eingetragen, wie viele Fasern sie enthält.
- **Häufigkeit:** Auf der Y-Achse wird für jede Längenklasse eingetragen, wie viele Fasern sie enthält, prozentual bezogen auf die Gesamtzahl gefundener Fasern.
- **Längenanteil:** Auf der Y-Achse wird für jede Längenklasse eingetragen, welche aufsummierte Länge die Fasern in dieser Klasse haben, prozentual bezogen auf die Gesamtlänge aller gefundenen Fasern.

Eine zweite Kurve zeigt parallel die kumulierten, also aufsummierten Ergebnisse der Klassen. So lässt sich erkennen, ob tatsächlich auch die vereinzelt, längsten Fasern im Histogramm noch gezeigt werden oder die Verteilung bereits vorher abbricht. Im ersten Fall endet die Summenkurve genau bei 100%, während im zweiten Fall ein paar Prozent fehlen. Dies kann sinnvoll sein, um vereinzelte überlange Fasern auszuschließen, die oftmals nur durch zwei sich an den Enden berührende Einzelfasern entstehen, die (falsch) als eine Gesamtfaser interpretiert werden.

8. Quantile

Diese Kennwerte kommen in der ISO nicht vor, da das Histogramm die Längenverteilung bereits bestmöglich beschreibt. Es gibt jedoch Situationen, in denen nur einzelne Zahlenwerte gegenübergestellt werden können, um z.B. die graduelle Verbesserung der Faserlängen durch Änderungen am Verarbeitungsprozess zu erkennen.

Bei einer Normalverteilung reichen Mittelwert und Standardabweichung, um das Histogramm sofort einzeichnen zu können. Faserlängenverteilungen sind aber schief und asymmetrisch, sodass wesentlich mehr Informationen notwendig sind, um deren Verlauf zumindest grob durch Kennwerte zu beschreiben. Hier helfen die Quantilen weiter, die wegen den Prozentangaben häufig auch als Perzentilen bezeichnet werden.

Zur Berechnung einer bestimmten Quantile sortiert man die gefundenen Fasern zunächst der Länge nach. Danach hängt es davon ab, ob man die Quantile der Häufigkeit oder des Längenanteils wissen möchte:

- **Häufigkeit:** eine x%-Quantile der Häufigkeit beschreibt, bei welcher Faserlänge x% der Gesamtzahl von Fasern erreicht sind, wenn man bei der kürzesten Faser beginnt und dann hochzählt.

Beispiel: Es wurden 2978 Fasern im Scan gefunden und es soll die 25%-Quantile (d_{25}) berechnet werden. 25% von 2978 sind 744,5. Die Länge der aufsteigend sortiert 745-ten Faser ist also die gesuchte Quantile.

- **Längenanteil:** eine $x\%$ -Quantile des Längenanteils beschreibt, bei welcher Faserlänge $x\%$ der Gesamtlänge aller Fasern erreicht sind, wenn man bei der kürzesten Faser beginnt und dann immer weiter aufsummiert.

Beispiel: Es wurden Fasern mit einer Gesamtlänge von 43.721 μm im Scan gefunden und es soll die 75%-Quantile (d_{75}) berechnet werden. 75% von 43.721 μm sind 32.790,75 μm . Wenn man die Einzellängen der sortierten Fasern schrittweise aufsummiert, dann ist die Länge derjenigen Faser, bei der die Summe 32.790,75 μm erreicht oder gerade überschreitet, die gesuchte Quantile.

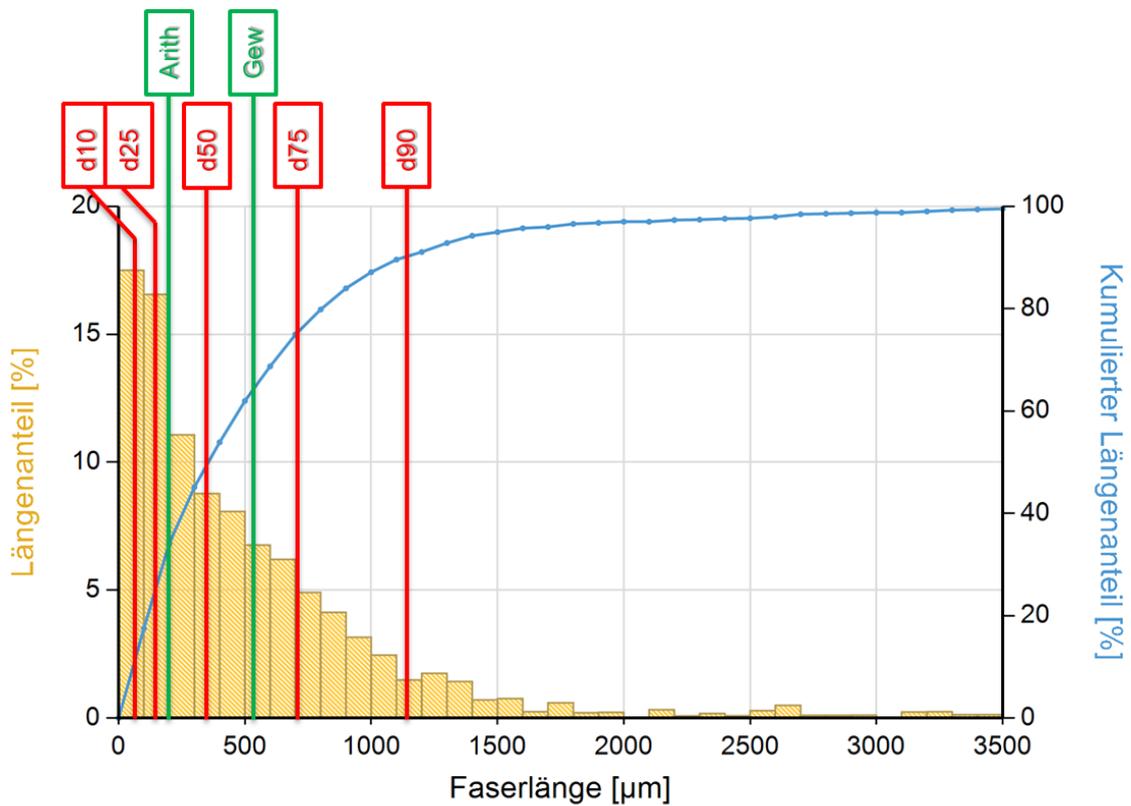
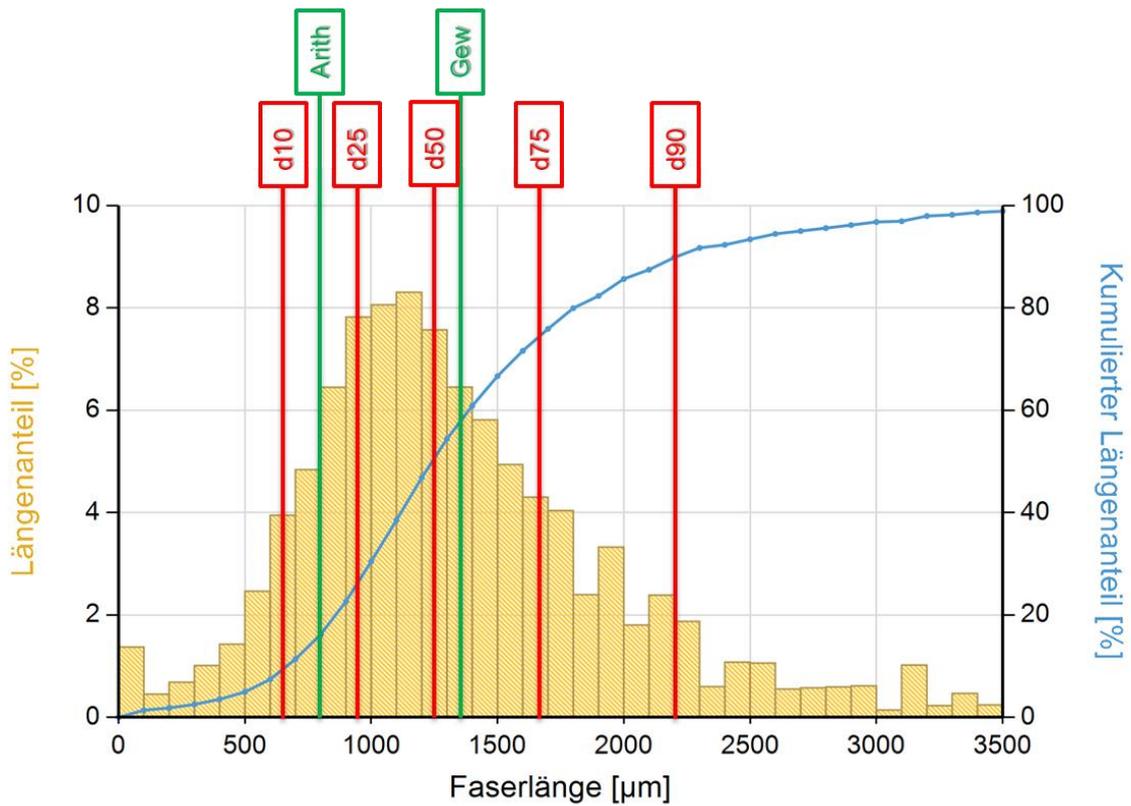
Insgesamt geben die Quantilen somit an, bei welcher Faserlänge ein bestimmter Prozentsatz der gesamten Anzahl oder Länge an Fasern erreicht ist. Aus mehreren, sinnvoll gesetzten Quantilen (üblich sind 1%, 5%, 10%, 25%, 50%, 75%, 90%, 95% und 99%) lässt sich so der Verlauf des Histogramms zumindest grob erkennen. Wenn bei mehreren Auswertungen eine besonders hohe 10%-Quantilen aufweist (egal, ob bezüglich der Häufigkeit oder des Längenanteils), dann ist dies z.B. ein Hinweis auf einen höheren Staubanteil. Große Unterschiede zwischen den 90%- und 95%-Quantilen deutet wiederum darauf hin, dass das Histogramm nicht steil abfällt, sondern nach rechts ganz flach ausläuft.

Aus der Definition wird klar, dass der Zahlenwert einer Quantile immer der Länge einer tatsächlich gefundenen Faser entsprechen muss. Besonders bei hohen Quantilen ab ca. 90% bewegen wir uns aber oft in Längenbereichen, in denen nur noch einige wenige Fasern vorhanden sind. Eine lange Faser mehr oder weniger in der Petrischale kann daher zu deutlichen Unterschieden im Zahlenwert der Quantile führen. Solche Unterschiede sollten daher nicht überbewertet werden.

9. Fazit

Da vornehmlich die Länge einer Faser ihren Einfluss auf die mechanischen Eigenschaften des Formteils bestimmt, sollten bevorzugt die längenbezogenen Kennwerte dargestellt und bewertet werden. Dies gilt sowohl für das Histogramm als auch die zugehörigen Quantilen.

Die beiden abschließenden Beispielen zeigen Histogramme mit eingezeichneten Kennwerten. Hier wird deutlich, dass die typische asymmetrische Form der Faserlängenverteilung dazu führt, dass diese wesentlich weniger anschaulich sind als bei einer Normalverteilung. So repräsentieren keiner der Mittelwerte und auch nicht die 50%-Quantile (d_{50}) den optisch so hervorstechenden Gipfelpunkt der Kurve.





SKZ Das Kunststoff-Zentrum
Friedrich-Bergius-Ring 22
97076 Würzburg
www.skz.de